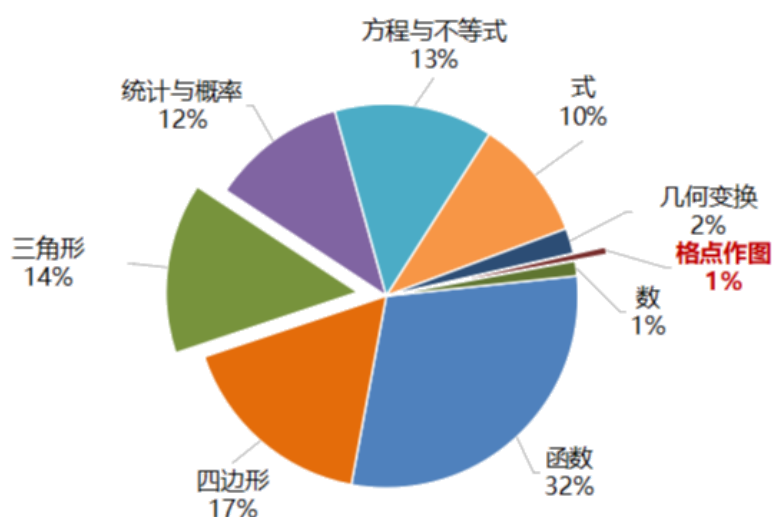


第1讲 格点问题基础

《格点问题》题目的综合性非常强，需要将格点作图原理与各种几何原理综合，需要学生有一定的知识储备，构建一定的知识体系，以便后续综合性的学习。

本模块难度偏高，适用于格点问题短期突破。本模块分为格点问题基础、格点问题进阶2讲内容，配套练习进一步巩固所学内容，专项练习，巩固解题思路。



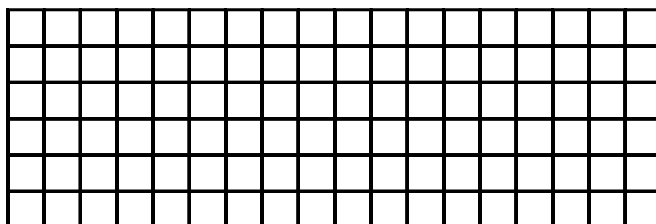
一、利用无刻度直尺作定长线段

【教法备注】

利用勾股定理作定长线段

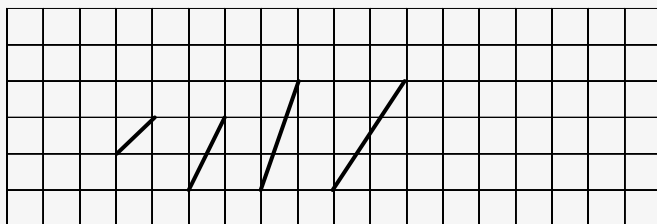
|| 例题1

1. 若每个小正方形网格的边长为1，画出长度为 $\sqrt{2}$ ， $\sqrt{5}$ ， $\sqrt{10}$ ， $\sqrt{13}$ 的线段，线段端点在格点上。



【答案】画图见解析。

【解析】如图：

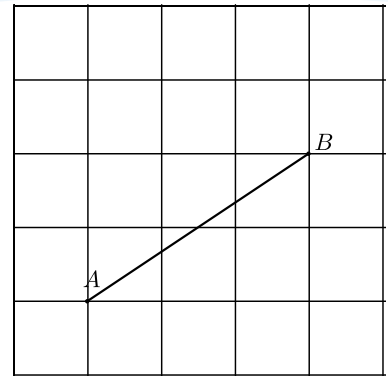


【标注】【知识点】勾股逆定理的应用

二、作平行线

|| 例题2

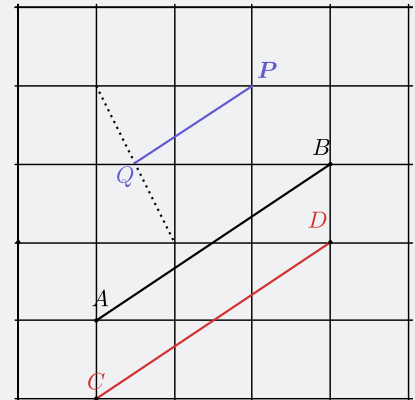
如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点A、B均在格点上，用无刻度直尺，画出线段AB的平行线。



【教法备注】

平行解题思路 {

- ① 平移
- ② 遇到网格不足时，进行放大或缩小



练习2

2. 利用直尺画图 .

(1) 利用图①中的网格，过 P 点画直线 AB 的平行线 .

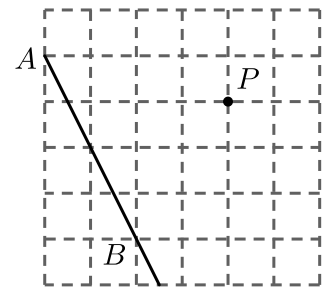
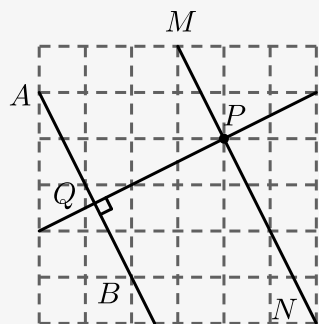


图 ①

【答案】 (1) 画图见解析 .

【解析】 (1) 如图所示， $MN \parallel AB$.



【标注】【知识点】平移构造特殊图形

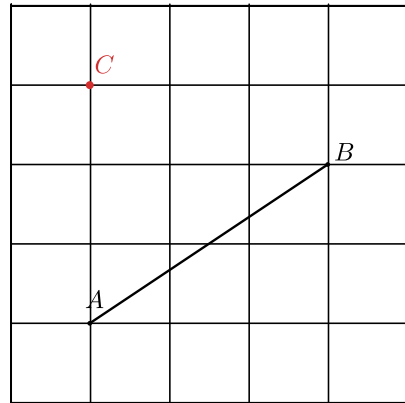
【重点强调】

此题作法不唯一

三、作垂线

|| 例题3

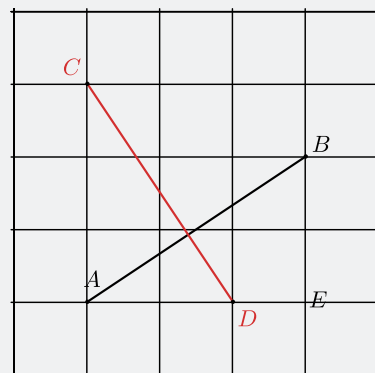
如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均在格点上，用无刻度直尺，画出线段 AB 的垂线。



【教法备注】

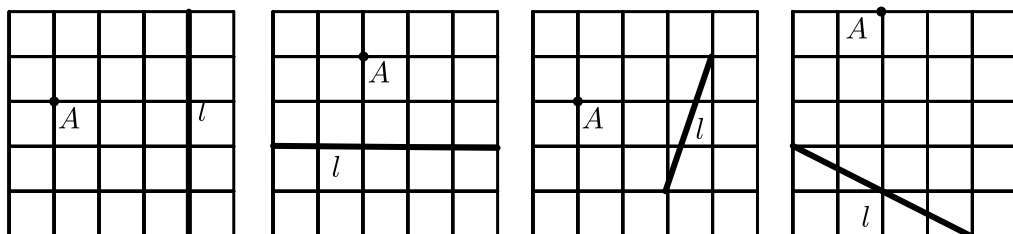
垂直解题思路 {

- ① 一线三垂直
- ② 遇到网格不足时，进行放大或缩小
- ③ 利用垂心求高



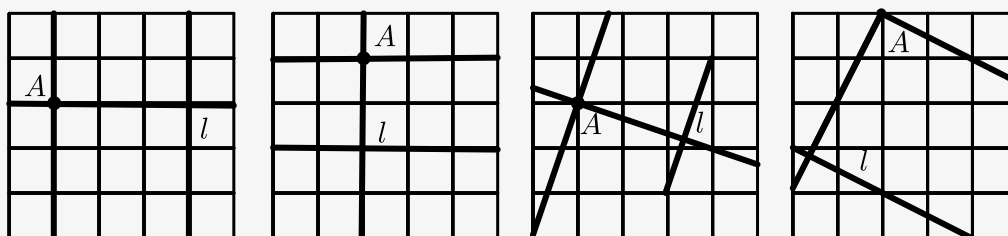
|| 练习3

3. 过点 A 作直线 l 的平行线和垂线 .



【答案】画图见解析 .

【解析】



【标注】【知识点】平行线的性质

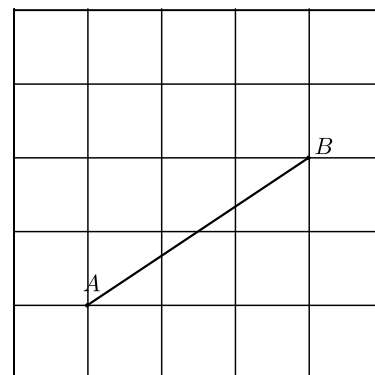
【知识点】过一点作已知直线的垂线

【知识点】过一点作已知直线的平行线

四、作中点

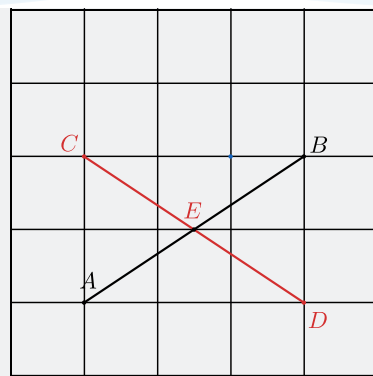
|| 例题4

如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均在格点上，用无刻度直尺，找出线段 AB 的中点 .



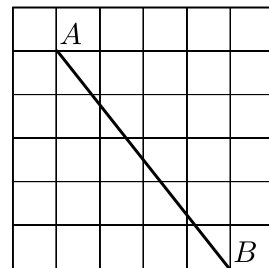
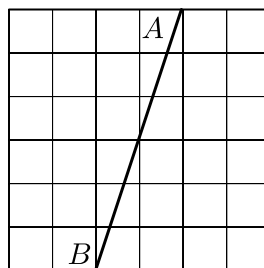
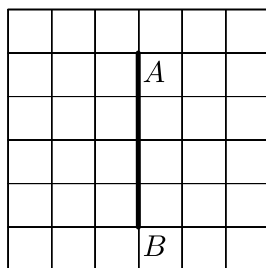
【教法备注】

中点解题思路：矩形对角线相等且互相平分



练习4

4. 利用无刻度的直尺，在线段 AB 上找出中点。



【答案】略

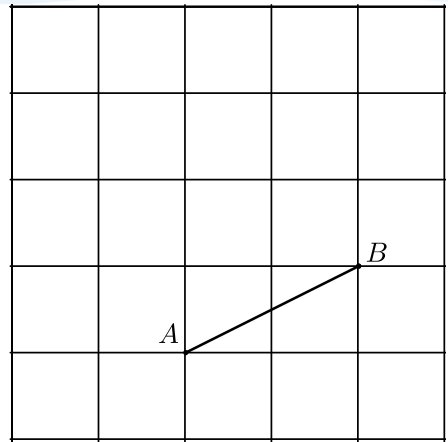
【解析】略

【标注】【知识点】网格中的三角形相似

五、作垂直平分线

例题6

如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均在格点上，用无刻度直尺，作出线段 AB 的垂直平分线。

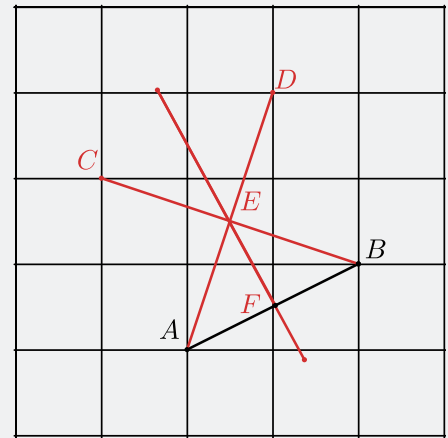


【教法备注】

- 垂直平分线解题思路
- ① 定义法：找中点作垂直
 - ② 正方形对边中点+线段中点
 - ③ 正方形中心点+任意特殊点

注意：

此题作法不唯一，图中为利用③作图



练习6

5. 在正方形网格中，点 A 、 B 、 C 都是格点，仅用无刻度的直尺按下列要求作图．

(1) 在图1中，作线段 AB 的垂直平分线．

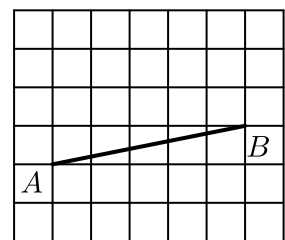


图 1

【答案】 (1) 画图见解析．

【解析】 (1) 如图所示：直线 CD 即为所求：

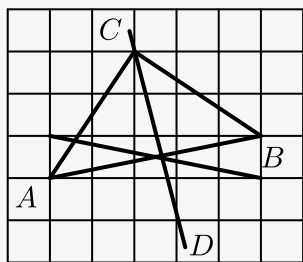


图 1

【标注】【知识点】作线段的垂直平分线

【知识点】作角平分线

6. 如图，在 4×8 的正方形网格中，点 A, B, C 均在格点上，请用无刻度直尺按要求画图。

(1) 在图1中，以点 C 为顶点作 $\angle BCP$ ，使 $\angle BCP = \angle ABC$ 。

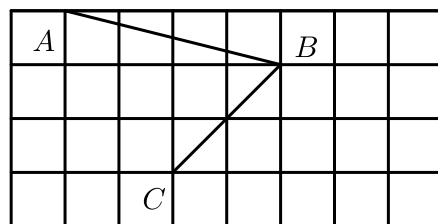


图1

(2) 在图2中，在 AB 上找一点 M ，使 $BM = CM$ 。

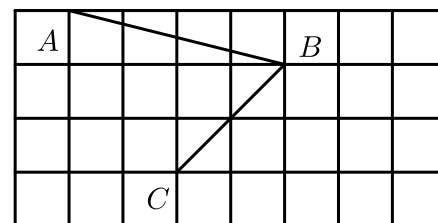


图2

【答案】(1) 画图见解析。

(2) 画图见解析。

【解析】(1) 如图1， $\angle BCP$ 为所求的角；

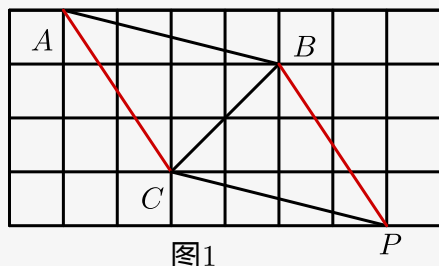


图1

如图1所示，由勾股定理可知：

$$AB^2 = 1^2 + 4^2 = 17, AC^2 = 2^2 + 3^2 = 13, PB^2 = 2^2 + 3^2 = 13,$$

$$PC^2 = 1^2 + 4^2 = 17,$$

所以 $AB = PC$, $AC = PB$, 则四边形 $ABPC$ 为平行四边形,

所以 $AB \parallel PC$,

则 $\angle BCP = \angle ABC$ (两直线平行, 内错角相等),

故 $\angle BCP$ 即为所求.

(2) 图2, M 点为所求的点.

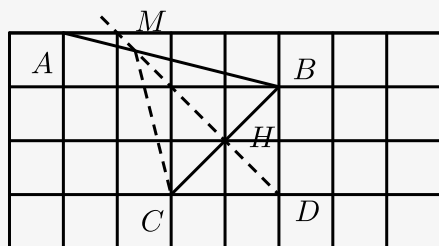


图2

如图2所示, $BH = CH$, $CD = BD = 2$,

则点 D, H 在线段 BC 的垂直平分线上,

过点 H , D 做直线交 AB 于点 M ,

所以点 M 在线段 BC 中垂线上, 即 $BM = CM$.

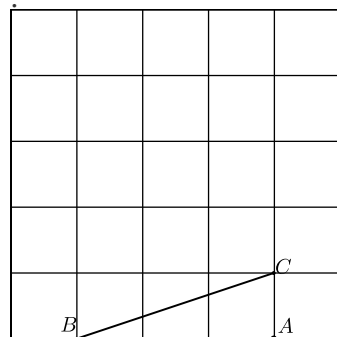
故点 M 即为所求.

【标注】 **【知识点】** 作线段的垂直平分线

六、作点关于某条直线的对称点

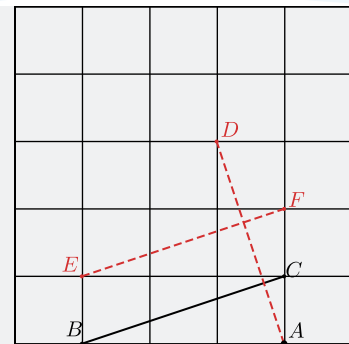
例题8

如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均在格点上，用无刻度直尺，作出点 A 关于直线 BC 的对称点 A' 。

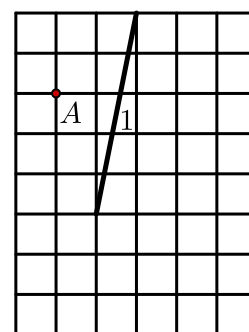
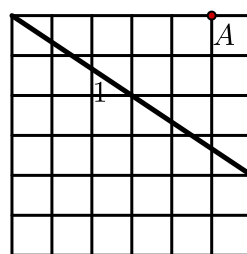
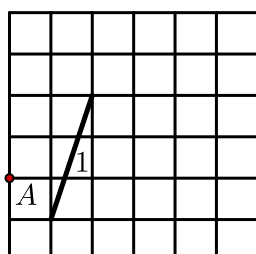
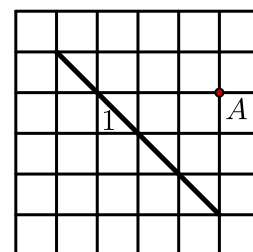
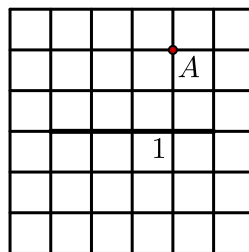
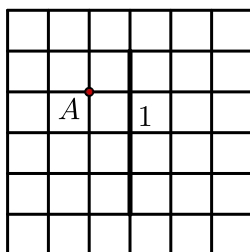


【教法备注】

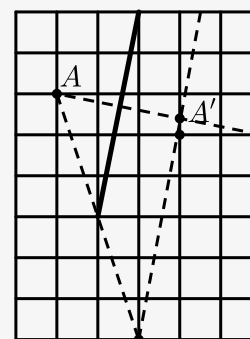
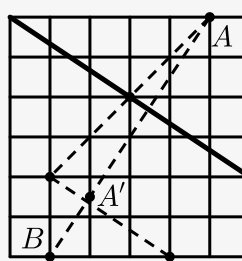
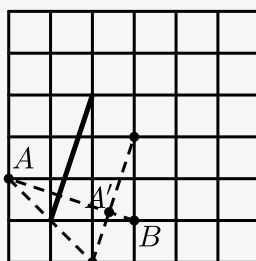
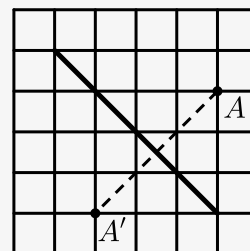
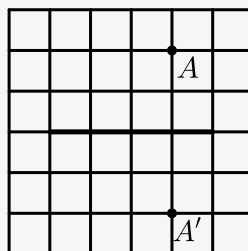
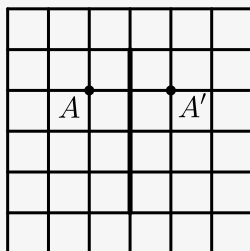
对称点的解题思路：平行线距离相等



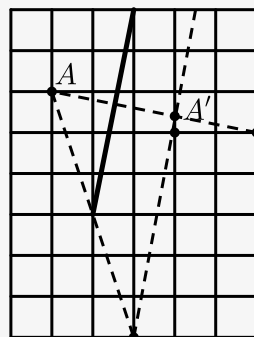
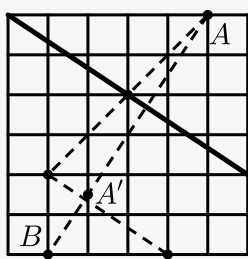
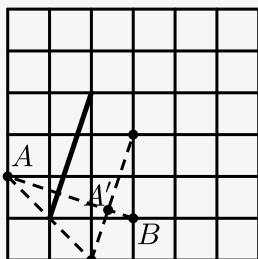
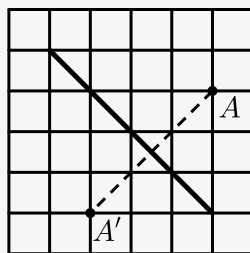
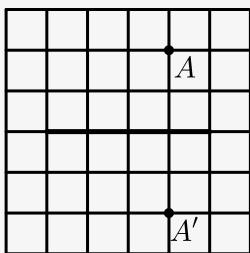
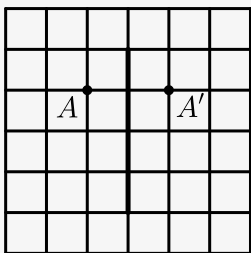
7. 作点 A 关于直线 l 的对称点 A' .



【答案】

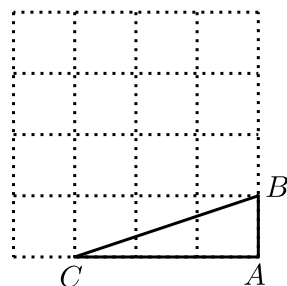


【解析】



【标注】【知识点】作轴对称变换

8. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ，点 B ，点 C 均落在格点上．



(1) BC 的长等于_____．

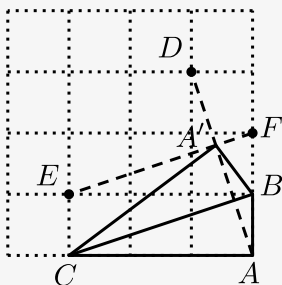
(2) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 $\triangle ABC$ 关于直线 BC 对称的图形，并简要说明画图方法（不要求证明）．

【答案】(1) $\sqrt{10}$

(2) 画图见解析．

【解析】(1) 由勾股定理得： $BC = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ ，
故答案为： $\sqrt{10}$ ．

(2) 如图，
取格点 D 、 E 、 F ，
连接 AD ，保证
 $AD \perp BC$ ，



连接 EF ，可知： $EF \parallel AB$ ，
 且 EF 与 AB 的距离和 A 与 BC 的距离相等，
 EF 与 AD 的交点即为点 A' ，
 得 $\triangle ABC$ 关于直线 BC 对称的图形： $\triangle A'BC$ 。

【标注】【知识点】直接用勾股求边长

七、作角平分线

|| 例题5

在正方形网格中，点 A 、 B 、 C 都是格点，仅用无刻度的直尺作 $\angle ABC$ 的角平分线图。

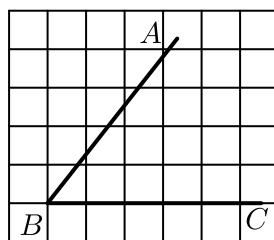


图 2

【教法备注】

角平分线解题思路

- ① $90^\circ / \alpha + 90^\circ + \alpha$ ：找网格对角线
- ② 等腰+平行出角平分线
- ③ 等腰三角形三线合一

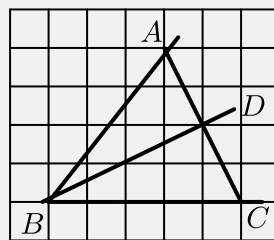


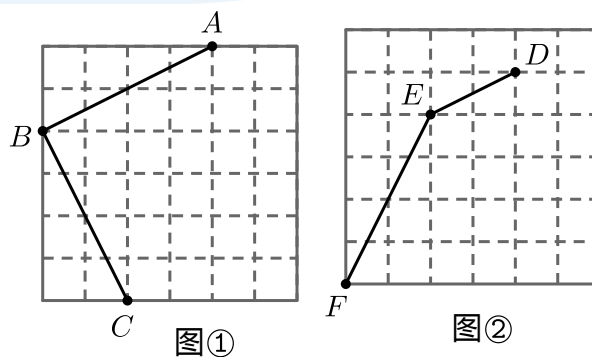
图 2

注意：

此题方法不唯一，图中为利用③作图

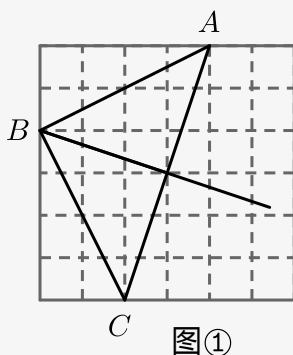
|| 练习5

9. 图①、图②为 6×6 的正方形网格，点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 为格点，请你利用网格和无刻度的直尺分别作出 $\angle ABC$ 和 $\angle DEF$ 的角平分线，并保留必要的作图痕迹。

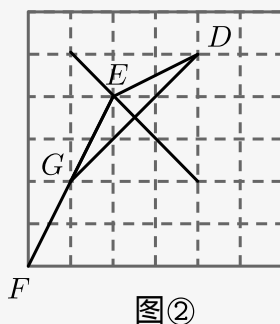


【答案】画图见解析．

【解析】在图①中， AB 、 BC 都为—个 4×2 长方形的对角线，连接 AC ， AC 为—个 6×2 的长方形的对角线， $\triangle ABC$ 为等腰三角形，因为等腰三角形三线合一，所以找到 AC 中点即可，在 6×2 长方形中找到最中间的点与 B 连接即可画出角平分线．



利用等腰三角形三线合一的性质，将中线画出即可，在 EF 上截取与 ED 相同长度 EG ， G 为网格交点，连接 GD ， $\triangle EGD$ 为等腰三角形， GD 为—个 3×3 长方形的对角线，只需画出另一条对角线，交点与 E 连接即为角平分线．



【标注】【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

10. 如图， 7×7 的的网格中， A ， B ， C 均在格点上，请用无刻度的直尺作图（保留作图痕迹，不写作法）．
- （1）在图1中找—格点 D ，使得 $\triangle ACD$ 为等腰三角形（找到—个即可）．

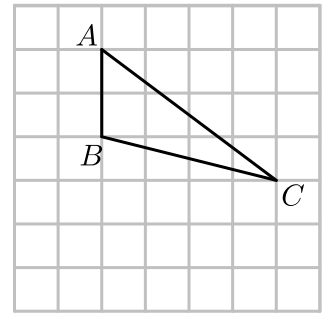


图1

(2) 在图2中作出 $\angle BAC$ 的角平分线 .

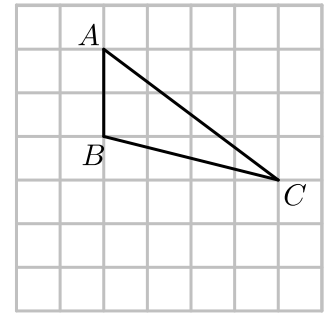


图2

【答案】(1) 画图见解析 .

(2) 画图见解析 .

【解析】(1) 如下图 .

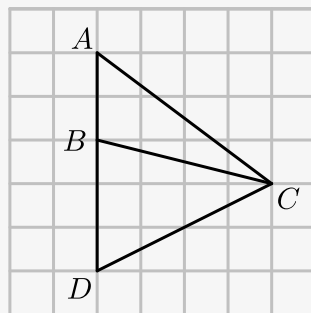


图1

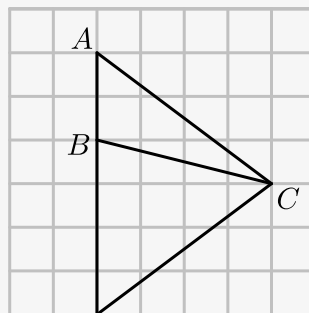
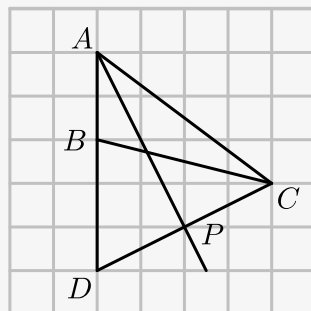


图2

(2) 如图 , AP 即为所求 .



【标注】【知识点】作等腰三角形

11. 图①、图②、图③均是 5×5 的正方形网格，每个小正方形的顶点称为格点．点 A 、 B 、 C 均在格点上．在图①、图②、图③给定的网格中按要求画图．

(1) 在图①中，画 $\triangle ABC$ 的高线 AD ．

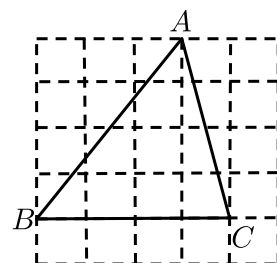


图 ①

(2) 在图②中，画 $\triangle ABC$ 的中线 CE ．

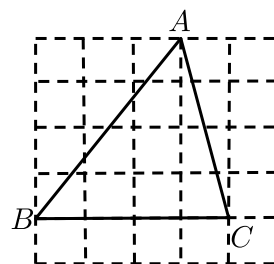


图 ②

(3) 在图③中，画 $\triangle ABC$ 的角平分线 BF ．

要求：借助网格，只用无刻度的直尺，不要求写出画法．

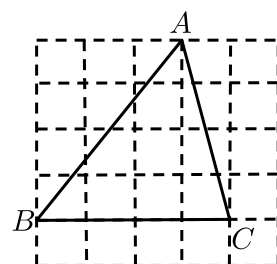


图 ③

【答案】(1) 画图见解析．

(2) 画图见解析．

(3) 画图见解析．

【解析】(1) 在图①中，画 $\triangle ABC$ 的高线 AD ，线段 AD 即为所求．

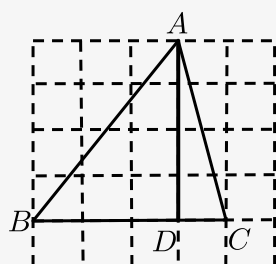


图 ①

(2) 在图②中，画 $\triangle ABC$ 的中线 CE ，线段 CE 即为所求．

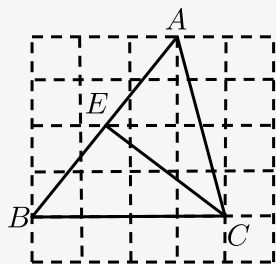


图 ②

(3) 在图③中，画 $\triangle ABC$ 的角平分线 BF ，取格点 G ，连接 BG 交 AC 于 F ，线段 BF 即为所求．

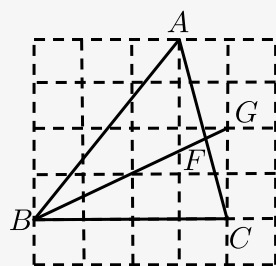


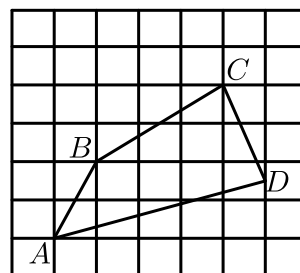
图 ③

【标注】【知识点】作三角形的高，中线和角平分线

八、构造相等面积

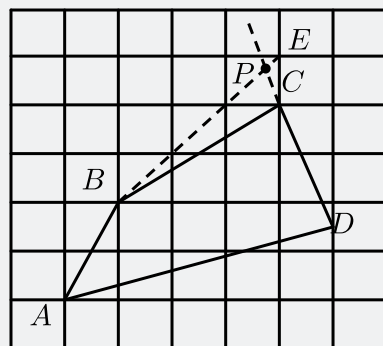
例题10

如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, C 均在格点上， D 为小正方形边中点．请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出一个点 P ，使其满足 $S_{\triangle PAD} = S_{\text{四边形}ABCD}$ ．



【教法备注】

构造相等面积解题思路：平行线距离相等



练习10

12. 如图，在 12×8 的网格中，每个小正方形的边长为1，四边形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 、 C 、 D 均在格点上，用无刻度的直尺按要求作图．

(1) 在图1中，连接 BD ，并在线段 BD 上找一格点 P ，使得 $\angle APB = \angle CPB$ ．

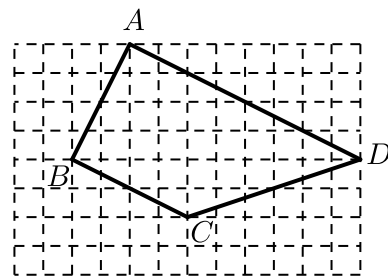


图1

(2) 在图2中，作线段 MN 将四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分， M 、 N 是格点且在四边形 $ABCD$ 边上．

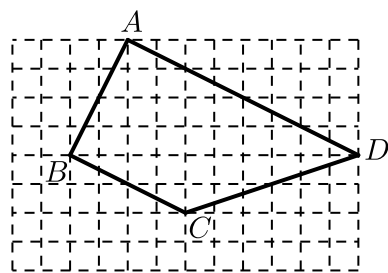


图2

【答案】(1) 画图见解析．

(2) 画图见解析．

【解析】(1) 如图所示：

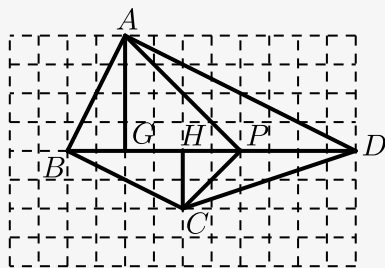


图1

$\because AG = PG = 4$,
 $CH = PH = 2$,
 $\angle AGP = \angle CHP = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle AGP, \triangle CHP$ 都是等腰直角三角形 ,
 $\therefore \angle APB = \angle CPB = 45^\circ$,
 $\therefore$ 点 P 即为所求 .

(2) 取 BC 中点 M , 取 AD 中点 N , 连接 MN, AM, DM, BD ,

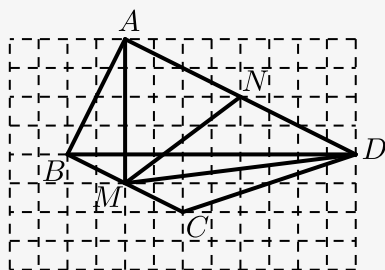


图2

$\because \tan \angle ADB = \frac{1}{2}, \tan \angle CBD = \frac{1}{2}$,
 $\therefore \angle ADB = \angle CBD$,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\because BM = CM, AN = DN$,
 $\therefore S_{\triangle ABM} = S_{\triangle DCM}, S_{\triangle AMN} = S_{\triangle DMN}$,
 $\therefore S_{\triangle ABM} + S_{\triangle AMN} = S_{\triangle DCM} + S_{\triangle DMN}$,
 $\therefore MN$ 平分四边形 $ABCD$ 的面积 ,
 $\therefore MN$ 即为所求 .

【标注】【知识点】等腰直角三角形的性质

【知识点】判断三角形的高，中线和角平分线

【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

【知识点】作一个角等于已知角

【能力】推理论证能力

